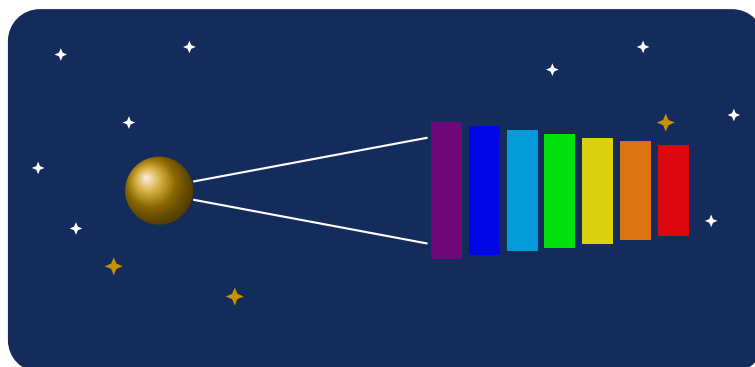




ASTRONOMIJA

priprema za natjecanje

3. razred srednje škole

Skripta za samostalno učenje

Tri razine natjecanja:

I. Školska • **II.** županijska • **III.** državna

Svaka razina podijeljena je u poglavlja s teorijom, riješenim primjerima, ilustracijama te zadacima za ponavljanje. Rješenja se nalaze na kraju skripte.

Kako koristiti ovu skriptu

Ova skripta prati gradivo natjecanja iz astronomije za 3. razred srednje škole i podijeljena je u tri **razine**, redom prema težini:

- **Školska razina** – fotometrija (zvjezdane veličine i luminozitet), spektroskopija, zračenje crnoga tijela te spektar zvijezda.
- **Županijska razina** – metode određivanja udaljenosti (zvijezda, skupova i galaksija) i Dopplerov efekt. *Pretpostavlja poznavanje cijele školske razine te gradiva 1. i 2. razreda.*
- **Državna razina** – dvojne zvijezde i detaljno proučavanje Sunca. *Pretpostavlja poznavanje obiju prethodnih razina.*

Unutar svakog poglavlja naići ćeš na obojene okvire:

- **Definicija** temeljni pojam ili zakon koji moraš znati napamet.
- **Ključne relacije** formule sažete na jednom mjestu.
- **Riješeni primjer** potpuno proveden račun – najprije pokušaj sam!
- **Zanimljivost** kontekst i povijest koji pomažu razumijevanju.
- **Zadaci** na kraju poglavlja; rješenja su u zadnjem dijelu skripte.

Savjet: treći razred povezuje *svjetlost i fiziku zvijezda*. Mnogi se zadatci svode na tri ideje: zvjezdana veličina (logaritamska skala sjaja), zračenje crnoga tijela ($\lambda_{\max}$, L) i Dopplerov pomak ($\Delta\lambda/\lambda$). Tko njih dobro razumije, riješit će većinu zadataka.

Korisne konstante i podatci

Brzina svjetlosti	$c = 299\,792\,458\text{ m/s} \approx 3,00 \cdot 10^8\text{ m/s}$
Gravitacijska konstanta	$G = 6,674 \cdot 10^{-11}\text{ N m}^2/\text{kg}^2$
Planckova konstanta	$h = 6,626 \cdot 10^{-34}\text{ J s}$
Wienova konstanta	$b = 2,898 \cdot 10^{-3}\text{ m K}$
Stefan–Boltzmannova konst.	$\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8}\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K}^4)$
Astronomska jedinica	$1\text{ AU} = 1,496 \cdot 10^{11}\text{ m}$
Parsek	$1\text{ pc} = 3,086 \cdot 10^{16}\text{ m} = 3,26\text{ ly}$
Masa Sunca	$M_{\odot} = 1,989 \cdot 10^{30}\text{ kg}$
Polumjer Sunca	$R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^8\text{ m}$
Sjaj (luminozitet) Sunca	$L_{\odot} = 3,83 \cdot 10^{26}\text{ W}$
Površinska temperatura Sunca	$T_{\odot} \approx 5\,780\text{ K}$
Prividna veličina Sunca	$m_{\odot} \approx -26,7$
Apsolutna veličina Sunca	$M_{\odot} \approx +4,8$
Udaljenost Zemlja–Sunce	$\approx 1\text{ AU}$ (svjetlost $\approx 8,3\text{ min}$)
Hubbleova konstanta	$H_0 \approx 70\text{ km s}^{-1}\text{ Mpc}^{-1}$

Sadržaj

I	Školska razina	3
1	Fotometrija	5
1.1	Prividna zvjezdana veličina	5
1.2	Tok, udaljenost i zakon obrnutih kvadrata	5
1.3	Apsolutna zvjezdana veličina i modul udaljenosti	6
1.4	Luminozitet	7
2	Spektroskopija	8
2.1	Nastanak spektra	8
2.2	Tri vrste spektra: Kirchhoffovi zakoni	8
2.3	Što nam spektralne linije govore	8
3	Zračenje crnoga tijela	10
3.1	Crno tijelo i Planckova krivulja	10
3.2	Wienov zakon pomaka	10
3.3	Stefan–Boltzmannov zakon	11
4	Spektar zvijezda	13
4.1	Kako nastaje spektar zvijezde	13
4.2	Spektralni razredi i temperatura	13
4.3	Što sve iščitavamo iz zvjezdane spektra	13
II	Županijska razina	15
5	Metode određivanja udaljenosti	17
5.1	Prva prečka: trigonometrijska paralaksa	17
5.2	Druga prečka: spektroskopska paralaksa i standardne svijeće	17
5.3	Treća prečka: cefeide (veza perioda i sjaja)	17
5.4	Četvrta prečka: supernove tipa Ia i Hubbleov zakon	18
6	Dopplerov efekt	20
6.1	Pomak valne duljine	20
6.2	Radikalna brzina	20
6.3	Primjene Dopplerova efekta	21
III	Državna razina	23
7	Dvojne zvijezde	25
7.1	Vizualne dvojne	25
7.2	Spektroskopske dvojne	25
7.3	Fotometrijske (pomrčinske) dvojne	26

8	Sunce	28
8.1	Građa Sunca	28
8.2	Sunčeve pjege i aktivnost	28
8.3	Kromosfera, prominencije, bljeskovi, korona	29
8.4	Sunce i Zemlja: magnetosfera i polarna svjetlost	29

Rješenja zadataka	31
--------------------------	-----------

Rješenja zadataka	32
Poglavlje 1 — Fotometrija	32
Poglavlje 2 — Spektroskopija	32
Poglavlje 3 — Zračenje crnoga tijela	32
Poglavlje 4 — Spektar zvijezda	33
Poglavlje 5 — Metode određivanja udaljenosti	33
Poglavlje 6 — Dopplerov efekt	34
Poglavlje 7 — Dvojne zvijezde	34
Poglavlje 8 — Sunce	35

Dio I

Školska razina

Treći razred posvećen je **svjetlosti zvijezda** — onome što nam ona govori. Naučit ćemo mjeriti sjaj zvijezda (fotometrija), rastavljati njihovu svjetlost na spektar (spektroskopija), razumjeti zračenje zagrijanih tijela te iz svega toga iščitati temperaturu, sastav i narav zvijezda.

1 | Fotometrija

Fotometrija je mjerenje količine svjetlosti koja nam stiže od nebeskih tijela. Iz nje određujemo koliko nam je objekt sjajan, a uz poznatu udaljenost i koliko *stvarno* zrači.

1.1 Prividna zvjezdana veličina

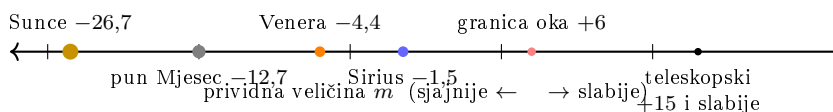
Već u staroj Grčkoj Hiparh je zvijezde podijelio u šest „veličina” po sjaju. Danas je ta skala precizno definirana, ali je zadržala dvije osobitosti: **logaritamska** je i **obrnuta** (sjajniiji objekt ima *manju* veličinu).

Pogsonova relacija

Razlika prividnih veličina dviju zvijezda povezana je s omjerom njihovih tokova (gustoća svjetlosnog toka) F :

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log_{10} \frac{F_1}{F_2}$$

Razlika od **5 magnituda** odgovara omjeru sjaja od točno **100 puta** ($100^{1/5} \approx 2,512$ po magnitudi).



Slika 1.1: Skala prividnih veličina. Skala je obrnuta: što je objekt sjajniiji, to mu je m manji (i može biti negativan). Najslabije zvijezde golim okom imaju $m \approx +6$.

Primjer 1.1

Zvijezda A ima $m_A = 2,0$, zvijezda B ima $m_B = 7,0$. Koliko je puta A sjajnija?

Rješenje: razlika je $m_B - m_A = 5$ magnituda $\Rightarrow$ omjer tokova je 100. Zvijezda A je **100 puta** sjajnija.

Primjer 1.2

Koliko je puta Sirius ($m = -1,46$) sjajniji od Vege ($m = 0,00$)?

Rješenje:

$$\frac{F_1}{F_2} = 10^{-\frac{m_1 - m_2}{2,5}} = 10^{-\frac{-1,46}{2,5}} = 10^{0,584} \approx 3,8.$$

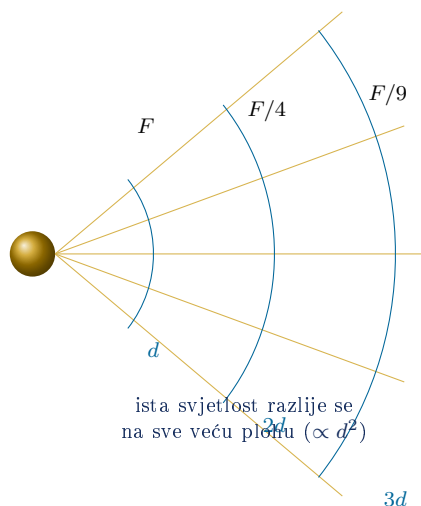
1.2 Tok, udaljenost i zakon obrnutih kvadrata

Sjaj kojim nam zvijezda izgleda ovisi o tome koliko stvarno zrači (luminozitet L), ali i o udaljenosti. Svjetlost se širi na sve veću kuglinu plohu, pa njezin tok opada s kvadratom udaljenosti:

Zakon obrnutih kvadrata

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Tok F (snaga po jedinici površine) opada s kvadratom udaljenosti d . Dvostruko dalja zvijezda istog luminoziteta izgleda $4\times$ slabija.



Slika 1.2: Zakon obrnutih kvadrata. Ista količina svjetlosti razdijeli se na sve veću kuglinu plohu ($4\pi d^2$), pa tok opada kao $1/d^2$: na udaljenosti $2d$ tok je $4\times$ manji, na $3d$ čak $9\times$.

1.3 Apsolutna zvjezdana veličina i modul udaljenosti

Da bismo usporedili *stvarni* sjaj zvijezda, uvodimo apsolutnu veličinu — sjaj sveden na zajedničku udaljenost.

Apsolutna veličina i modul udaljenosti

Apsolutna veličina M jest prividna veličina koju bi zvijezda imala na standardnoj udaljenosti od 10 pc. Veza s prividnom veličinom jest **modul udaljenosti**:

$$m - M = 5 \log_{10} d - 5 \quad (d \text{ u pc}).$$

Primjer 1.3

Zvijezda ima $m = 8,0$ i nalazi se na $d = 100$ pc. Kolika joj je apsolutna veličina?

Rješenje:

$$M = m - 5 \log d + 5 = 8 - 5 \log 100 + 5 = 8 - 10 + 5 = \boxed{3,0}.$$

1.4 Luminozitet

Luminozitet

Luminozitet L jest ukupna snaga zračenja zvijezde (u vatima). Često ga izražavamo u jedinicama Sunčeva luminoziteta $L_{\odot}$. Veza s apsolutnom veličinom (uz $M_{\odot} \approx +4,8$):

$$M_1 - M_2 = -2,5 \log_{10} \frac{L_1}{L_2}.$$

Primjer 1.4

Zvijezda ima apsolutnu veličinu $M = -0,2$. Koliko je puta luminoznija od Sunca ($M_{\odot} = +4,8$)?

Rješenje:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 10^{-\frac{M - M_{\odot}}{2,5}} = 10^{-\frac{-0,2 - 4,8}{2,5}} = 10^{2,0} = \boxed{100}.$$

Sažetak fotometrije

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log_{10} \frac{F_1}{F_2} \quad F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$m - M = 5 \log_{10} d - 5 \quad M_1 - M_2 = -2,5 \log_{10} \frac{L_1}{L_2}$$

Pitanja i zadaci za ponavljanje

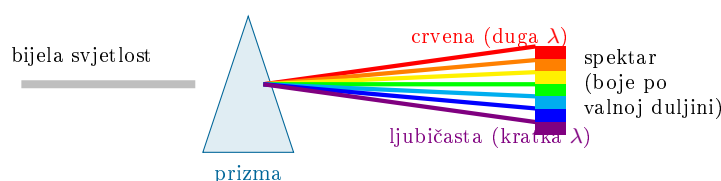
1. Zašto je skala zvjezdanih veličina „obrnuta”? Tko ju je prvi uveo?
2. Dvije zvijezde razlikuju se u prividnoj veličini za 10 magnituda. Koliki je omjer njihovih tokova?
3. Zvijezda A ima $m_A = 3,0$, zvijezda B ima $m_B = 8,0$. Koja je sjajnija i koliko puta?
4. Napiši zakon obrnutih kvadrata. Koliko puta slabija izgleda zvijezda ako je udaljimo 3 puta?
5. Zvijezda ima $m = 6,0$ i $d = 50$ pc. Kolika joj je apsolutna veličina M ?
6. Zvijezda ima apsolutnu veličinu $M = -0,2$. Kolika joj je prividna veličina ako je udaljena 1000 pc?
7. Zvijezda ima apsolutnu veličinu $M = +9,8$. Koliko je puta *manje* luminozna od Sunca ($M_{\odot} = +4,8$)?
8. (*Izazov*) Zvijezda ima prividnu veličinu $m = 4,0$ i luminozitet $L = 100 L_{\odot}$ (dakle $M = -0,2$). Izračunaj njezinu udaljenost u parsecima.

2 | Spektroskopija

Ako svjetlost zvijezde propustimo kroz prizmu ili optičku rešetku, rastavit će se na **spektar** — raspon boja poredanih po valnoj duljini. Spektar je „otisak prsta” zvijezde: iz njega čitamo temperaturu, kemijski sastav, gibanje i još mnogo toga. **Spektroskopija** je grana astronomije koja proučava spektre.

2.1 Nastanak spektra

Bijela svjetlost mješavina je svih boja. Pri prolasku kroz prizmu svaka se boja lomi pod malo drukčijim kutom (kraće valne duljine — ljubičasta — lome se jače), pa se svjetlost **razlaže** (**disperzira**) u niz boja.



Slika 2.1: Disperzija svjetlosti prizmom. Kraće valne duljine (ljubičasta) lome se jače od duljih (crvena), pa se bijela svjetlost razlaže u spektar boja.

2.2 Tri vrste spektra: Kirchhoffovi zakoni

Njemački fizičari Kirchhoff i Bunsen otkrili su da postoje točno tri vrste spektra, ovisno o izvoru i onome kroz što svjetlost prolazi:

Kirchhoffovi zakoni

- 1. Kontinuirani spektar** — daje ga vruće, gusto tijelo (užareni čvrsti predmet, gusti plin, unutrašnjost zvijezde): neprekidna „duga” svih boja.
- 2. Emisijski (linijski) spektar** — daje ga vruć, razrijeđen plin: samo nekoliko *svijetlih linija* na tamnoj podlozi, na valnim duljinama svojstvenima tom plinu.
- 3. Apsorpcijski spektar** — nastaje kad kontinuirani spektar prođe kroz hladniji razrijeđen plin: kontinuum s *tamnim linijama* ondje gdje je plin upio svjetlost.

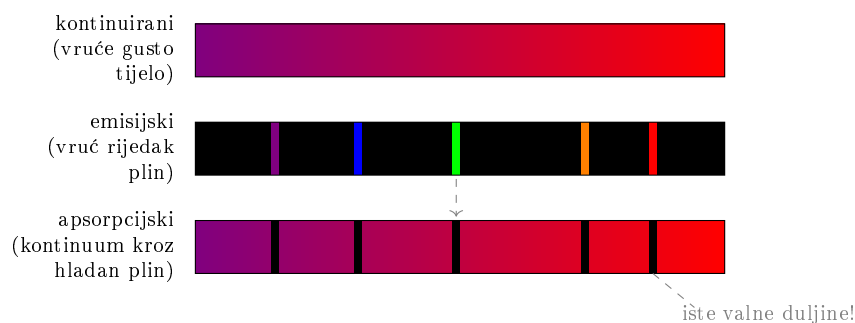
Otkriće helija na Suncu

Element **helij** prvi je put otkriven u *Sunčevu spektru* (1868.), prije nego na Zemlji — po nepoznatoj žutoj liniji u Sunčevoj svjetlosti. Ime mu dolazi od grčke riječi *helios* (Sunce). To je veličanstven primjer moći spektroskopije.

2.3 Što nam spektralne linije govore

Svaki kemijski element ima jedinstven skup spektralnih linija — poput crtičnog koda. Po položaju linija (njihovim valnim duljinama) prepoznamo **koji su elementi prisutni**. Štoviše, iz spektra možemo iščitati:

- **kemijski sastav** — koje linije vidimo, takvi su elementi prisutni;



Slika 2.2: Tri vrste spektra (Kirchhoffovi zakoni). Isti plin proizvodi svijetle emisijske linije ili tamne apsorpcijske linije na *istim* valnim duljinama — jer atomi upijaju i zrače upravo one boje koje su im svojstvene.

- **temperaturu** — koje su linije jake (o tome u poglavlju o spektru zvijezda);
- **gibanje** — pomak linija (Dopplerov efekt, županijska razina);
- **tlak, gustoću, magnetsko polje** — po obliku i cijepanju linija.

Pitanja i zadaci za ponavljanje

1. Što je spektar i kako nastaje pri prolasku svjetlosti kroz prizmu? Koja se boja lomi najjače?
2. Nabroji tri vrste spektra prema Kirchhoffovim zakonima i navedi izvor svake.
3. Kakav spektar daje vruć razrijeđen plin? A kontinuirani spektar koji prođe kroz hladniji plin?
4. Zašto su emisijske i apsorpcijske linije istog plina na istim valnim duljinama?
5. Koji je element prvi otkriven u Sunčevu spektru i kako je dobio ime?
6. Navedi barem tri stvari koje o zvijezdi možemo saznati iz njezina spektra.
7. (*Razmisli*) U spektru neke zvijezde vidimo tamne (apsorpcijske) linije vodika. Što to govori o tome ima li u zvijezdinoj atmosferi vodika? Kakav spektar dolazi iz njezine vruće unutrašnjosti?

3 | Zračenje crnoga tijela

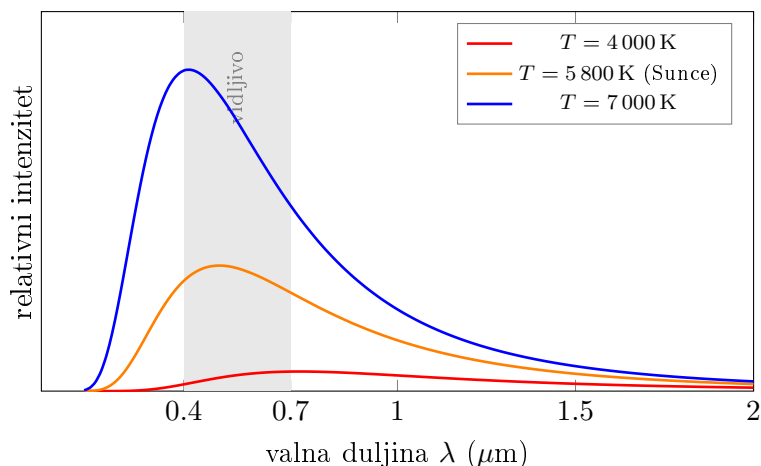
Zvijezde zrače približno kao **crna tijela** — idealizirani zračitelji kojima spektar ovisi isključivo o temperaturi. Zato boja zvijezde otkriva njezinu temperaturu, a oblik spektra slijedi univerzalnu krivulju. U ovom poglavlju produbljujemo zakone zračenja koji povezuju temperaturu, valnu duljinu i izračenu snagu.

3.1 Crno tijelo i Planckova krivulja

Crno tijelo

Crno tijelo je idealni zračitelj koji upija sve zračenje koje na njega padne i zrači prema univerzalnom zakonu koji ovisi *samo o temperaturi* (Planckov zakon). Spektar mu ima karakterističan oblik s jednim vrhom (maksimumom).

Što je tijelo toplije: (1) vrh krivulje pomiče se prema kraćim valnim duljinama (plavo), i (2) tijelo zrači jače na *svim* valnim duljinama. Te dvije pojave opisuju Wienov i Stefan–Boltzmannov zakon.



Slika 3.1: Planckove krivulje zračenja crnoga tijela za tri temperature. Topliji objekt ima vrh na kraćoj valnoj duljini (Wien) i zrači jače na svim valnim duljinama (Stefan–Boltzmann). Zato su vruće zvijezde plavkaste, a hladne crvenkaste.

3.2 Wienov zakon pomaka

Wienov zakon

Valna duljina maksimuma zračenja obrnuto je razmjerna temperaturi:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T}, \quad b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m K}.$$

Primjer 3.1

Zvijezda najjače zrači na $\lambda_{\max} = 350 \text{ nm}$. Kolika joj je površinska temperatura?

Rješenje:

$$T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{350 \cdot 10^{-9}} \approx 8\,280 \text{ K}.$$

Toplija je od Sunca i izgleda plavkasto-bijela.

3.3 Stefan–Boltzmannov zakon**Stefan–Boltzmannov zakon**

Snaga izračena po jedinici površine crnoga tijela razmjerna je *četvrtoj potenciji* temperature:

$$j = \sigma T^4, \quad \sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4).$$

Ukupni luminozitet zvijezde polumjera R jest

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4.$$

Ova relacija povezuje tri ključne veličine zvijezde — luminozitet, polumjer i temperaturu — pa je jedna od najvažnijih u astrofizici. Iz nje, primjerice, određujemo polumjere zvijezda.

Primjer 3.2

Zvijezda je dvostruko toplija od Sunca i ima dvostruko veći polumjer. Koliko je puta luminoznija?

Rješenje: iz $L \propto R^2 T^4$:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4 = 2^2 \cdot 2^4 = 4 \cdot 16 = \boxed{64}.$$

Primjer 3.3

Crveni div ima temperaturu upola manju od Sunčeve ($T = T_{\odot}/2$), ali je $400\times$ luminozniji. Koliko je puta veći od Sunca?

Rješenje: iz $L \propto R^2 T^4$ slijedi $\frac{R}{R_{\odot}} = \sqrt{\frac{L/L_{\odot}}{(T/T_{\odot})^4}}$:

$$\frac{R}{R_{\odot}} = \sqrt{\frac{400}{(1/2)^4}} = \sqrt{400 \cdot 16} = \sqrt{6400} = \boxed{80}.$$

Tipično za divove: hladni su, ali golemi, pa vrlo sjajni.

Tri zakona zračenja

$$\text{Planck (oblik)} \quad \lambda_{\max} = \frac{b}{T} \text{ (Wien)} \quad L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \text{ (Stefan–Boltzmann)}$$

Pitanja i zadaci za ponavljanje

1. Što je crno tijelo? O čemu ovisi njegov spektar?
2. Kako se mijenja Planckova krivulja kad tijelo postane toplije? Navedi obje promjene.
3. Zvijezda najjače zrači na $\lambda_{\max} = 580 \text{ nm}$. Kolika joj je temperatura? Koje je boje?
4. Površina neke zvijezde ima $T = 12\,000 \text{ K}$. Na kojoj valnoj duljini najjače zrači? U kojem je to dijelu spektra?
5. Napiši Stefan–Boltzmannov zakon za luminozitet zvijezde. Koje tri veličine povezuje?
6. Zvijezda ima isti polumjer kao Sunce, ali je 3 puta toplija. Koliko je puta luminoznija?
7. Dvije zvijezde imaju jednaku temperaturu, ali jedna ima 5 puta veći polumjer. Koliki je omjer njihovih luminoziteta?
8. (*Izazov*) Bijeli patuljak ima temperaturu dvostruko veću od Sunčeve ($T = 2T_{\odot}$), ali je $1000\times$ manje luminozan. Koliki mu je polumjer u odnosu na Sunčev? (Rezultat objasni: zašto su bijeli patuljci maleni?)

4 | Spektar zvijezda

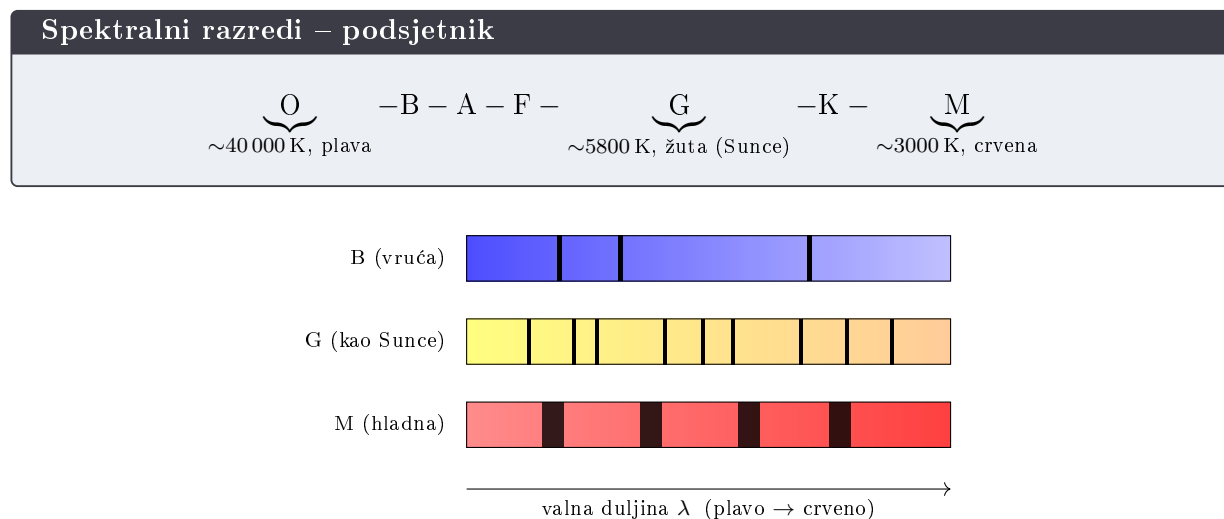
Sada povezujemo prethodna poglavlja: zvijezde imaju približno kontinuirani spektar crnoga tijela (iz vruće unutrašnjosti), ali s **tamnim apsorpcijskim linijama** koje stvaraju hladniji plinovi u njihovoj atmosferi. Upravo te linije čine spektar zvijezde tako bogatim izvorom informacija.

4.1 Kako nastaje spektar zvijezde

Vruća, gusta unutrašnjost zvijezde zrači kontinuirani spektar (Kirchhoffov 1. zakon). Ta svjetlost zatim prolazi kroz rjeđu, hladniju zvjezdinu atmosferu, gdje atomi upijaju određene valne duljine — nastaju **apsorpcijske linije** (Kirchhoffov 3. zakon). Zato spektar tipične zvijezde izgleda kao „duga” isprekidana tamnim crtama.

4.2 Spektralni razredi i temperatura

Iz 2. razreda poznajemo niz spektralnih razreda **O–B–A–F–G–K–M** (od najtoplijih plavih do najhladnijih crvenih). Sada razumijemo da se razredi razlikuju ne samo po boji, nego i po tome *koje su apsorpcijske linije jake* — jer to ovisi o temperaturi atmosfere.



Slika 4.1: Shematski spektri zvijezda triju razreda. Vruća B-zvijezda ima plavkast kontinuum i malo (uglavnom vodikovih) linija; zvijezda nalik Suncu (G) ima mnoštvo uskih linija metala; hladna M-zvijezda ima crvenkast kontinuum sa širokim molekularnim vrpceama. Jakost linija ovisi o temperaturi.

Zašto vodikove linije nisu najjače u najtoplijim zvijezdama?

Moglo bi se očekivati da najtoplije (O) zvijezde imaju najjače vodikove linije jer su pune vodika. No u njima je vodik toliko vruć da je gotovo posve ioniziran (bez elektrona koji bi stvarali linije). Najjače su vodikove linije u zvijezdama razreda **A** (~10 000 K) — dovoljno toplim da pobude vodik, ali ne i da ga potpuno ioniziraju. To pokazuje da jakost linija ovisi o temperaturi na suptilan način.

4.3 Što sve iščitavamo iz zvjezdana spektra

- **Temperatura** — iz spektralnog razreda (koje su linije prisutne i jake) te iz boje (Wien).

- **Kemijski sastav** — iz toga koje linije (kojih elemenata) vidimo.
- **Luminozitet i veličina** — fine razlike u linijama razlikuju divove od patuljaka (razred sjaja).
- **Radijalna brzina** — iz Dopplerova pomaka linija (sljedeća poglavlja).

Primjer 4.1

U spektru zvijezde vidiš snažne, široke molekularne vrpce i crvenkast kontinuum. Kojem razredu pripada i je li topla ili hladna?

Rješenje: molekularne vrpce nastaju samo na niskim temperaturama (molekule bi se inače raspale), a crvena boja potvrđuje nisku temperaturu. Zvijezda je razreda **M** — hladna (~ 3000 K).

Pitanja i zadaci za ponavljanje

1. Objasni kako nastaje spektar zvijezde s apsorpcijskim linijama. Odakle dolazi kontinuum, a odakle linije?
2. Napiši niz spektralnih razreda od najtoplijih prema najhladnijima. Po čemu se razredi razlikuju osim po boji?
3. Kakve linije (kojih tvari) očekuješ u spektru vruće B-zvijezde, a kakve u hladnoj M-zvijezdi?
4. U kojem su spektralnom razredu vodikove linije najjače i zašto baš tamo, a ne u najtoplijim zvijezdama?
5. Navedi četiri svojstva zvijezde koja možemo odrediti iz njezina spektra.
6. Zvijezda ima žut kontinuum i mnoštvo uskih linija metala. Kojem razredu vjerojatno pripada?
7. (*Razmisli*) Dvije zvijezde imaju isti spektralni razred (dakle istu temperaturu), ali jedna pokazuje sitne razlike u linijama tipične za divove. Što zaključuješ o njezinoj veličini i luminozitetu u odnosu na drugu?

Dio II

Županijska razina

Koliko je daleko neka zvijezda, jato ili galaksija? To je jedno od najtežih pitanja u astronomiji, jer udaljenosti ne možemo izravno izmjeriti. Astronomi su zato razvili **ljestvicu udaljenosti** — niz metoda, od kojih svaka pokriva veće udaljenosti i oslanja se na prethodnu. Uz to upoznajemo **Dopplerov efekt**, ključ za mjerenje brzina i širenja svemira.

5 | Metode određivanja udaljenosti

5.1 Prva prečka: trigonometrijska paralaksa

Najbližim zvijezdama udaljenost mjerimo **paralaksom** — prividnim pomakom zvijezde u odnosu na daleku pozadinu, dok Zemlja obilazi Sunce (osnovica je 1 AU).

Paralaksa

$$d [\text{pc}] = \frac{1}{p ["]}$$

Udaljenost u parsecima jednaka je recipročnoj vrijednosti paralakse u lučnim sekundama. Metoda radi do nekoliko tisuća pc (sa svemirskim mjerenjima).

Primjer 5.1

Zvijezda ima paralaksu $p = 0,02''$. Kolika joj je udaljenost?

Rješenje: $d = \frac{1}{0,02} = 50 \text{ pc}$.

5.2 Druga prečka: spektroskopska paralaksa i standardne svijeće

Za udaljenije zvijezde paralaksa je premalena da bismo je izmjerili. Tada koristimo „**standardne svijeće**” — objekte kojima znamo *pravi* sjaj (apsolutnu veličinu M ili luminozitet L). Usporedbom s prividnim sjajem (m , ili tok F) izračunamo udaljenost iz modula udaljenosti ili zakona obrnutih kvadrata.

Standardna svijeća

Ako znamo M (pravi sjaj) i izmjerimo m (prividni sjaj):

$$d [\text{pc}] = 10^{\frac{m-M+5}{5}}.$$

Spektroskopska paralaksa: iz spektra zvijezde odredimo njezin spektralni razred i razred sjaja, iz HR dijagrama očitamo M , pa primijenimo gornju formulu. (Naziv je povijesni — nema veze s pravom paralaksom.)

Primjer 5.2

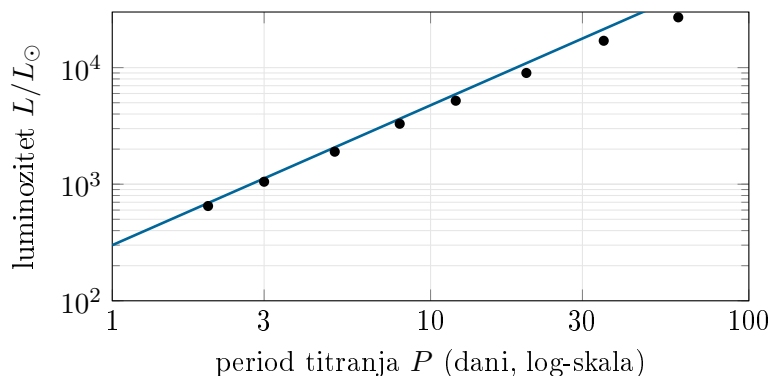
Zvijezda ima prividnu veličinu $m = 12$, a iz spektra zaključujemo da joj je apsolutna veličina $M = 2$. Kolika joj je udaljenost?

Rješenje:

$$d = 10^{\frac{m-M+5}{5}} = 10^{\frac{12-2+5}{5}} = 10^3 = 1000 \text{ pc}.$$

5.3 Treća prečka: cefeide (veza perioda i sjaja)

Cefeide su pulsirajuće zvijezde čiji se sjaj periodički mijenja. Henrietta Leavitt otkrila je 1912. ključnu zakonitost: *što cefeida ima dulji period titranja, to joj je veći luminozitet (veza perioda i sjaja)*. Izmjerimo li period, znamo pravi sjaj — pa cefeida postaje standardna svijeća za velike udaljenosti (do milijuna pc, dakle do drugih galaksija).



Slika 5.1: Veza perioda i sjaja za cefeide (Leavittin zakon). Dulji period titranja znači veći luminozitet. Izmjerimo li period cefeide, iz ovog grafa očitamo njezin pravi sjaj L (odnosno M) i koristimo je kao standardnu svijeću.

5.4 Četvrta prečka: supernove tipa Ia i Hubbleov zakon

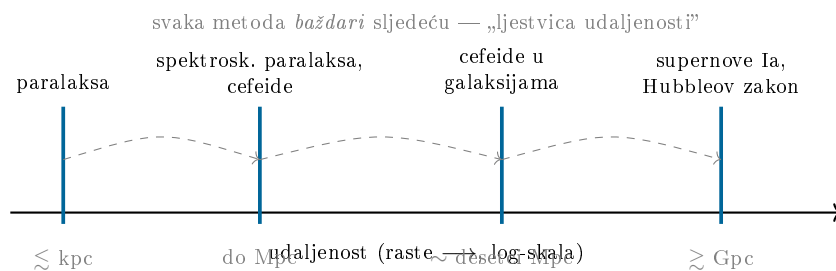
Za najveće udaljenosti (daleke galaksije) koriste se **supernove tipa Ia** — eksplozije koje uvijek dosegnu gotovo isti vrhunski sjaj, pa su izvrsne standardne svijeće, vidljive preko cijelog svemira.

Na najvećim mjerilima udaljenost se određuje i iz **Hubbleova zakona**: što je galaksija dalja, to se brže udaljava od nas (zbog širenja svemira).

Hubbleov zakon

$$v = H_0 d$$

gdje je v brzina udaljavanja galaksije, d njezina udaljenost, a $H_0 \approx 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ Hubbleova konstanta. Brzinu v mjerimo Dopplerovim pomakom (sljedeće poglavlje).



Slika 5.2: Kozmička ljestvica udaljenosti. Svaka metoda pokriva veći raspon i oslanja se (baždari se) na prethodnu: paralaksa $\rightarrow$ standardne svijeće (cefeide) $\rightarrow$ supernove Ia i Hubbleov zakon.

Primjer 5.3

Galaksija se udaljava brzinom $v = 7000 \text{ km/s}$. Kolika joj je udaljenost (uz $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$)?

Rješenje:

$$d = \frac{v}{H_0} = \frac{7000}{70} = 100 \text{ Mpc}.$$

Pitanja i zadaci za ponavljanje

1. Što je trigonometrijska paralaksa i do kojih je udaljenosti primjenjiva? Kako iz nje računamo udaljenost?
2. Zvijezda ima paralaksu $p = 0,004''$. Kolika joj je udaljenost u pc?
3. Što je „standardna svijeća”? Koju veličinu kod nje moramo poznavati?
4. Zvijezda ima $m = 14$ i (iz spektra) $M = 4$. Kolika joj je udaljenost?
5. Što su cefeide i koju je zakonitost otkrila Henrietta Leavitt? Zašto su važne za mjerenje udaljenosti?
6. Zašto su supernove tipa Ia dobre standardne svijeće za najveće udaljenosti?
7. Napiši Hubbleov zakon. Galaksija se udaljava brzinom $v = 14\,000$ km/s; kolika joj je udaljenost ($H_0 = 70$)?
8. Objasni pojam „ljestvica udaljenosti”. Zašto je potrebno više metoda, a ne samo jedna?
9. (*Izazov*) Cefeida u dalekoj galaksiji ima prividnu veličinu $m = 24$, a iz njezina perioda zaključujemo $M = -4$. Kolika je udaljenost galaksije u Mpc? (*Uputa:* 1 Mpc = 10^6 pc.)

6 | Dopplerov efekt

Kad se izvor svjetlosti giba prema nama ili od nas, valna duljina njegove svjetlosti se mijenja — to je **Dopplerov efekt**. Mjereći taj pomak spektralnih linija, astronomi određuju brzine zvijezda, otkrivaju dvojne sustave i mjere širenje svemira. To je jedan od najmoćnijih alata cijele astronomije.

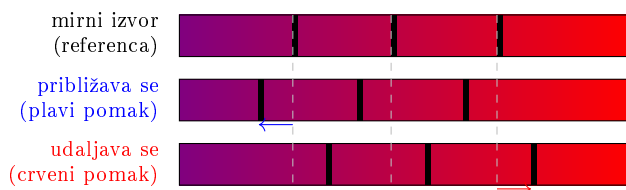
6.1 Pomak valne duljine

Isti učinak poznajemo sa zvukom: sirena vozila koje nam se približava zvuči više (kraći val), a kad se udaljava, niže (dulji val). Za svjetlost vrijedi analogno:

Crveni i plavi pomak

Crveni pomak (engl. *redshift*): izvor se *udaljava* — valna duljina raste, linije se pomiču prema crvenom kraju spektra.

Plavi pomak (engl. *blueshift*): izvor se *približava* — valna duljina pada, linije se pomiču prema plavom kraju.



Slika 6.1: Dopplerov pomak spektralnih linija. U odnosu na mirni izvor (gore), linije zvijezde koja se približava pomiču se prema plavom (kraće λ), a one koja se udaljava prema crvenom (dulje λ). Iznos pomaka otkriva brzinu.

6.2 Radijalna brzina

Iz iznosa pomaka linije računamo **radijalnu brzinu** — komponentu brzine duž smjera gledanja (približavanje/udaljavanje).

Dopplerova formula (za $v \ll c$)

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$$

gdje je λ_0 valna duljina linije u mirovanju, $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ pomak, v radijalna brzina, c brzina svjetlosti. Pozitivan $\Delta\lambda$ (crveni pomak) znači udaljavanje.

Primjer 6.1

Linija vodika ima u laboratoriju $\lambda_0 = 656,3 \text{ nm}$. U spektru zvijezde izmjerena je na $\lambda = 656,6 \text{ nm}$. Kolika je radijalna brzina i giba li se zvijezda prema nama ili od nas?

Rješenje: pomak $\Delta\lambda = 656,6 - 656,3 = 0,3$ nm (pozitivan $\Rightarrow$ crveni pomak $\Rightarrow$ udaljava se).

$$v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 3,0 \cdot 10^8 \cdot \frac{0,3}{656,3} \approx 1,37 \cdot 10^5 \text{ m/s} \approx 137 \text{ km/s}.$$

Primjer 6.2

Galaksija pokazuje crveni pomak $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 0,02$. Kolika joj je brzina udaljavanja? Kolika udaljenost (Hubble, $H_0 = 70$)?

Rješenje:

$$v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 3,0 \cdot 10^5 \cdot 0,02 = 6000 \text{ km/s}, \quad d = \frac{v}{H_0} = \frac{6000}{70} \approx 86 \text{ Mpc}.$$

6.3 Primjene Dopplerova efekta

- **Gibanje zvijezda** — mjerenje radijalnih brzina zvijezda i jata.
- **Dvojne zvijezde** — periodičan pomak linija otkriva kruženje (državna razina).
- **Egzoplaneti** — malo „njihanje” zvijezde zbog planeta vidi se kao sitan periodičan Dopplerov pomak.
- **Širenje svemira** — gotovo sve galaksije pokazuju crveni pomak (udaljavaju se); to je temelj Hubbleova zakona i spoznaje da se svemir širi.
- **Rotacija** — jedan rub objekta primiče se, drugi udaljava, pa se linije *šire* (rotacijsko proširenje).

Otkriće širenja svemira

Edwin Hubble je 1929. uočio da gotovo sve galaksije pokazuju crveni pomak, i to to veći što su dalje. Zaključak je bio zapanjujuć: *svemir se širi*. Taj crveni pomak galaksija (kozмолоški redshift) jedan je od glavnih dokaza teorije Velikog praska.

Pitanja i zadaci za ponavljanje

1. Što je Dopplerov efekt? Objasni razliku između crvenog i plavog pomaka.
2. Giba li se prema nama zvijezda čije su linije pomaknute prema plavom kraju spektra? A prema crvenom?
3. Napiši Dopplerovu formulu za radijalnu brzinu (za $v \ll c$). Što znači svaki simbol?
4. Linija $\lambda_0 = 500,0$ nm izmjerena je u zvijezdi na $\lambda = 499,7$ nm. Kolika je radijalna brzina i u kojem se smjeru giba zvijezda?
5. Galaksija pokazuje crveni pomak $\Delta\lambda/\lambda_0 = 0,05$. Kolika joj je brzina udaljavanja?
6. Navedi barem tri primjene Dopplerova efekta u astronomiji.
7. Što je Edwin Hubble zaključio iz crvenog pomaka galaksija? Zašto je to važno?
8. (*Izazov*) Vodikova linija $\lambda_0 = 656,3$ nm u spektru galaksije izmjerena je na $\lambda = 669,4$ nm.

Izračunaj (a) brzinu udaljavanja, (b) udaljenost galaksije u Mpc ($H_0 = 70$).

Dio III

Državna razina

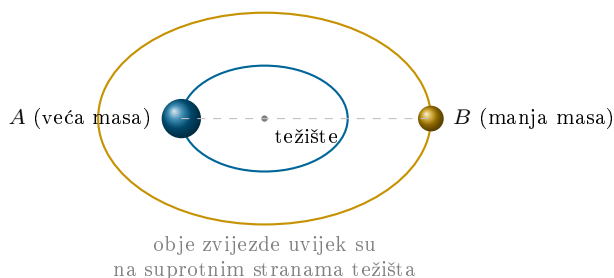
Najviša razina donosi dvije bogate teme. **Dvojne zvijezde** — parovi koji kruže oko zajedničkog težišta — jedini su izravan način mjerenja masa zvijezda, a otkrivamo ih trima metodama. **Sunce** pak proučavamo izbliza: njegovu građu, aktivne pojave na površini i utjecaj na Zemlju.

7 | Dvojne zvijezde

Velik dio zvijezda na nebu zapravo su **dvojne (ili višestruke) zvijezde** — dvije zvijezde vezane gravitacijom koje kruže oko zajedničkog **težišta**. Njihovo proučavanje iznimno je važno jer je to gotovo jedini način da izmjerimo *mase* zvijezda (preko Keplerovih zakona).

7.1 Vizualne dvojne

Vizualne dvojne su one kod kojih teleskopom razlučujemo obje zvijezde i možemo pratiti kako kruže jedna oko druge (oko zajedničkog težišta). Obje opisuju elipse, pri čemu je manja (lakša) zvijezda dalje od težišta i giba se brže.



Slika 7.1: Vizualna dvojna zvijezda. Obje zvijezde kruže oko zajedničkog težišta po elipsama; masivnija (*A*) ima manju stazu i sporija je, lakša (*B*) veću stazu i bržu. Uvijek su na suprotnim stranama težišta. Omjer staza obrnut je omjeru masa: $\frac{a_A}{a_B} = \frac{m_B}{m_A}$.

Mase iz dvojnih (Keplerov 3. zakon)

Za dvojni sustav vrijedi prošireni treći Keplerov zakon:

$$m_A + m_B = \frac{a^3}{T^2}$$

gdje je *a* velika poluos *relativne* staze u AU, *T* ophodno vrijeme u godinama, a zbroj masa dobiva se u masama Sunca ($M_\odot$). Omjer pojedinačnih masa daje omjer staza oko težišta.

Primjer 7.1

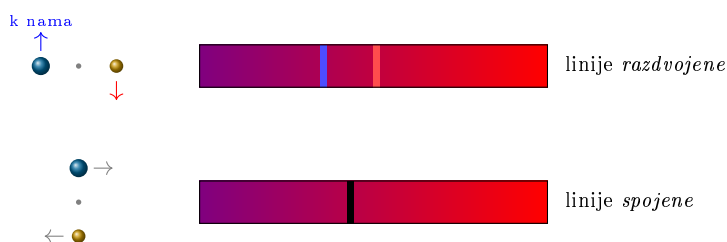
Dvojni sustav ima ophodno vrijeme $T = 50$ godina i veliku poluos relativne staze $a = 20$ AU. Kolika je ukupna masa sustava?

Rješenje:

$$m_A + m_B = \frac{a^3}{T^2} = \frac{20^3}{50^2} = \frac{8000}{2500} = 3,2 M_\odot.$$

7.2 Spektroskopske dvojne

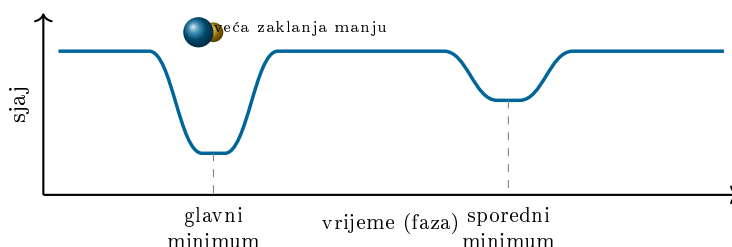
Ako su zvijezde preblizu da bismo ih razlučili, dvojnost ipak otkrivamo iz **spektra**: dok zvijezde kruže, jedna nam se približava (plavi pomak), druga udaljava (crveni pomak) — pa se spektralne linije periodički **cijepaju i spajaju** (Dopplerov efekt).



Slika 7.2: Spektroskopska dvojna. Kad se zvijezde gibaju duž smjera gledanja (gore), jedna se približava a druga udaljava, pa se svaka linija razdvaja na plavu i crvenu komponentu. Četvrt perioda kasnije gibaju se poprijeko (dolje) i linije se spajaju. Period cijepanja otkriva ophodno vrijeme.

7.3 Fotometrijske (pomrčinske) dvojne

Ako je ravnina staze *okrenuta prema nama* (gledamo je s ruba), zvijezde se naizmjenice **zaklanjaju** (pomrčuju). Tada ukupni sjaj sustava periodički pada — mjereći taj sjaj dobivamo **krivulju sjaja** s karakterističnim padovima (minimumima).



Slika 7.3: Krivulja sjaja pomrčinske dvojne. Kad jedna zvijezda zakloni drugu, ukupni sjaj padne. Dublji (glavni) minimum nastaje kad je zaklonjena vruća zvijezda, plići (sporedni) kad je zaklonjena hladnija. Iz krivulje se određuju veličine, temperature i staza.

Tri vrste dvojnih – sažetak

Vizualne — razlučujemo obje zvijezde (pratimo staze).

Spektroskopske — otkrivamo ih po periodičnom cijepanju spektralnih linija (Doppler).

Fotometrijske (pomrčinske) — otkrivamo ih po periodičnim padovima sjaja (zaklanjanje).

Pitanja i zadaci za ponavljanje

1. Što je dvojna zvijezda? Oko čega kruže dvije zvijezde? Zašto je proučavanje dvojnih važno?
2. Koja se od dviju zvijezda u vizualnoj dvojnoj giba brže i ima veću stazu — masivnija ili lakša? Kako je omjer staza povezan s omjerom masa?
3. Napiši prošireni treći Keplerov zakon za dvojni sustav. Što daje zbroj a^3/T^2 ?
4. Dvojni sustav ima $T = 10$ godina i $a = 10$ AU. Kolika mu je ukupna masa?
5. Kako otkrivamo spektroskopsku dvojnju? Što se događa sa spektralnim linijama tijekom ophoda?
6. U kojem trenutku ophoda su linije spektroskopske dvojne najviše razdvojene, a kad spojene?

7. Što je pomrčinska (fotometrijska) dvojna i kako je prepoznamo? Što prikazuje krivulja sjaja?
8. Zašto krivulja sjaja pomrčinske dvojne obično ima dva različito duboka minimuma?
9. (*Izazov*) Dvojni sustav ima ophodno vrijeme $T = 5$ godina i veliku poluos relativne staze $a = 10$ AU. (a) Kolika je ukupna masa? (b) Ako je omjer staza oko težišta $a_1 : a_2 = 1 : 4$, kolike su pojedinačne mase?

8 | Sunce

Sunce je nama najbliža zvijezda — jedina koju možemo proučavati izbliza i u detalje. Ono je golema užarena kugla plina (plazme), izvor gotovo sve energije na Zemlji. Razumijevanje Sunca temelj je za razumijevanje svih zvijezda.

8.1 Građa Sunca

Sunce nema čvrstu površinu; sastoji se od slojeva koji se postupno mijenjaju od središta prema van:

Slojevi Sunca

Jezgra — središte, ~ 15 milijuna K, ovdje se odvija nuklearna fuzija (izvor energije).

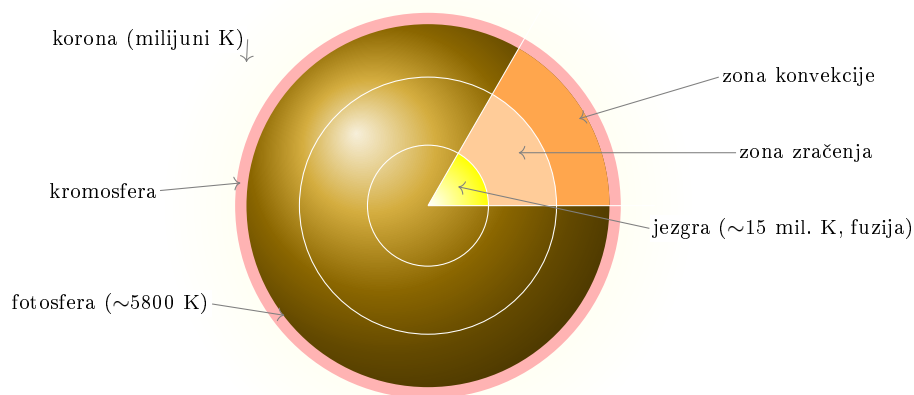
Zona zračenja — energija putuje prema van zračenjem (fotonima), vrlo sporo.

Zona konvekcije — energija se prenosi gibanjem (vrenjem) vruće plazme.

Fotosfera — vidljiva „površina” (~ 5800 K), odakle dolazi svjetlost koju vidimo.

Kromosfera — tanki crvenkasti sloj iznad fotosfere.

Korona — vanjska, vrlo rijetka atmosfera, paradoksalno vrlo vruća (milijuni K), vidljiva pri pomrčini.



Slika 8.1: Građa Sunca (presjek). Od središta prema van: jezgra (fuzija), zona zračenja, zona konvekcije, fotosfera (vidljiva površina), kromosfera i rijetka, vrlo vruća korona.

8.2 Sunčeve pjege i aktivnost

Sunčeve pjege su tamnija, hladnija područja fotosfere (oko 4000 K naspram 5800 K okoline) gdje je magnetsko polje vrlo jako. Izgledaju tamno samo *u usporedbi* s vrelijom okolinom — same po sebi i dalje bi jako svijetlile. Broj pjega mijenja se u **ciklusu od približno 11 godina**.

Pjege i magnetsko polje

Sunčeve pjege dolaze u parovima ili skupinama suprotnih magnetskih polariteta — kao izlazak i ulazak magnetskih „cijevi” kroz fotosferu. Jako magnetsko polje koči prijenos topline konvekcijom, pa je to mjesto hladnije i tamnije.

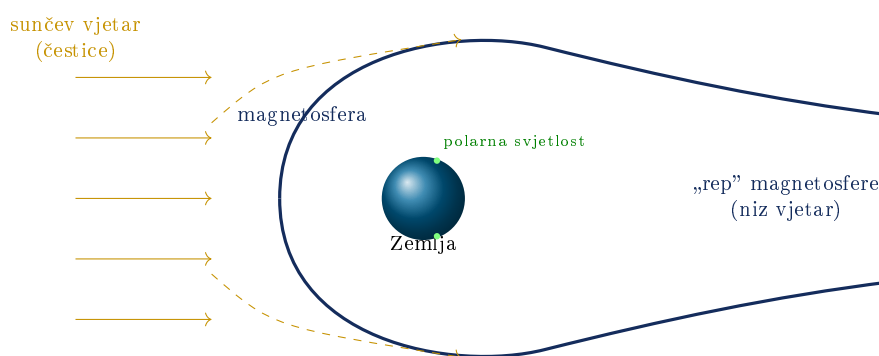
8.3 Kromosfera, prominencije, bljeskovi, korona

Iznad fotosfere odvijaju se brojne aktivne pojave, gotovo sve povezane s magnetskim poljem:

- **Prominencije** — golemi oblaci plazme koji se duž magnetskih silnica izdižu iznad ruba Sunca (mogu trajati tjednima).
- **Bljeskovi (flares)** — nagla, snažna oslobađanja energije; izbacuju zračenje i čestice.
- **Korona** — vanjska atmosfera, milijuni K; iz nje stalno otječe **sunčev vjetar** (struja nabijenih čestica).

8.4 Sunce i Zemlja: magnetosfera i polarna svjetlost

Sunčev vjetar nosi nabijene čestice prema Zemlji. Zemljino magnetsko polje stvara **magnetosferu** — štit koji većinu tih čestica skreće oko Zemlje i štiti život od štetnog zračenja.



Slika 8.2: Zemljina magnetosfera i Sunce. Zemljino magnetsko polje skreće većinu čestica sunčeva vjetra oko planeta (sažeto sa Sunčeve strane, izduženo u „rep” niz vjetar). Dio čestica ulazi blizu polova i izaziva *polarnu svjetlost* (auroru).

Svemirsko vrijeme

Snažni bljeskovi i izbačaji koronine tvari mogu pojačati sunčev vjetar i izazvati *geomagnetske oluje*: blistave polarne svjetlosti, ali i smetnje u radiovezi, satelitima i električnim mrežama. Praćenje tih pojava zove se **svemirsko vrijeme** (engl. *space weather*).

Pitanja i zadaci za ponavljanje

1. Nabroji slojeve Sunca od središta prema van. U kojem se sloju odvija fuzija?
2. Po čemu se razlikuju zona zračenja i zona konvekcije (kako se u svakoj prenosi energija)?
3. Što je fotosfera? Kolika joj je približno temperatura?
4. Što su sunčeve pjege? Zašto izgledaju tamno i zašto su hladnije od okoline? Koliko traje

ciklus aktivnosti?

5. Objasni pojmove: prominencija, bljesak (flare), korona.
6. Što je sunčev vjetar i odakle potječe?
7. Što je Zemljina magnetosfera i čemu služi? Kako nastaje polarna svjetlost?
8. Što je „svemirsko vrijeme” i kakve posljedice na Zemlji mogu imati snažne sunčeve oluje?
9. (*Razmisli*) Korona je mnogo rjeđa od fotosfere, ali ima temperaturu od milijuna kelvina, dok je fotosfera „samo” ~ 5800 K. Zašto nas onda korona ne sprži, iako je puno toplija? (*Uputa: razmisli o razlici između temperature i količine topline u vrlo rijetkom plinu.*)

Rješenja zadataka

U nastavku su rješenja svih zadataka za ponavljanje, poredana po poglavljima. Računske zadatke pokušaj najprije riješiti sam, a rješenje iskoristi za provjeru postupka.

Poglavlje 1 — Fotometrija

1. Skala potječe od Hiparha, koji je najsjajnije zvijezde nazvao 1. veličinom, a najslabije 6. Zato je „obrnuta”: sjajniji objekt ima *manji* broj.
2. Razlika od 10 magnituda $= 2 \times 5 \text{ mag} \Rightarrow$ omjer tokova $100 \times 100 = \boxed{10\,000}$.
3. Manja m znači veći sjaj, pa je sjajnija **zvijezda** A ($m_A = 3$). Razlika je 5 mag $\Rightarrow A$ je $\boxed{100}$ puta sjajnija.
4. $F = \frac{L}{4\pi d^2}$; tok opada s d^2 , pa je na $3 \times$ većoj udaljenosti zvijezda $3^2 = \boxed{9}$ puta slabija.
5. $M = m - 5 \log d + 5 = 6 - 5 \log 50 + 5 = 11 - 5 \cdot 1,699 = 11 - 8,5 = \boxed{2,5}$.
6. $m = M + 5 \log d - 5 = -0,2 + 5 \log 1000 - 5 = -0,2 + 15 - 5 = \boxed{9,8}$.
7. $\frac{L}{L_\odot} = 10^{-\frac{M-M_\odot}{2,5}} = 10^{-\frac{9,8-4,8}{2,5}} = 10^{-2} = 0,01$, dakle $\boxed{100}$ puta manje luminorna.
8. $M = -0,2$, $m = 4,0$: $d = 10^{\frac{m-M+5}{5}} = 10^{\frac{4-(-0,2)+5}{5}} = 10^{\frac{9,2}{5}} = 10^{1,84} \approx \boxed{69 \text{ pc}}$.

Poglavlje 2 — Spektroskopija

1. Spektar je svjetlost rastavljena po valnim duljinama. Pri prolasku kroz prizmu svaka se boja lomi drukčije; najjače se lomi **ljubičasta** (najkraća valna duljina).
2. **Kontinuirani** (vruće gusto tijelo), **emisijski** (vruć razrijeđen plin), **apsorpcijski** (kontinuum kroz hladniji plin).
3. Vruć razrijeđen plin daje **emisijski** spektar (svijetle linije); kontinuum kroz hladniji plin daje **apsorpcijski** spektar (tamne linije).
4. Jer atomi upijaju i zrače na istim, za njih svojstvenim, valnim duljinama — prijelazi elektrona između energetskih razina isti su u oba slučaja.
5. **Helij**; ime dolazi od grčke riječi *helios* (Sunce), jer je prvi put uočen u Sunčevu spektru.
6. Npr.: kemijski sastav, temperatura, radijalna brzina (Doppler), tlak/gustoća, magnetsko polje (bilo koja tri).
7. Tamne (apsorpcijske) linije vodika znače da *u atmosferi zvijezde ima vodika* (on upija te valne duljine). Iz vruće unutrašnjosti dolazi kontinuirani spektar.

Poglavlje 3 — Zračenje crnoga tijela

1. Crno tijelo je idealni zračitelj koji upija sve zračenje i zrači prema zakonu koji ovisi *samo o temperaturi*. Spektar ovisi isključivo o temperaturi.
2. (1) Vrh se pomiče prema kraćim valnim duljinama (plavo); (2) tijelo zrači jače na svim valnim duljinama.
3. $T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{580 \cdot 10^{-9}} = \boxed{5\,000 \text{ K}}$ — žućkasta (slično Suncu).

4. $\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{12\,000} \approx 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 240 \text{ nm}$ — u **ultraljubičastom** dijelu.
5. $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$; povezuje luminozitet L , polumjer R i temperaturu T .
6. $\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4 = 3^4 = \boxed{81}$ (uz isti R).
7. $\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = 5^2 = \boxed{25}$ (uz istu T).
8. Iz $L \propto R^2 T^4$: $\frac{R}{R_{\odot}} = \sqrt{\frac{L/L_{\odot}}{(T/T_{\odot})^4}} = \sqrt{\frac{1/1000}{2^4}} = \sqrt{\frac{1}{16000}} \approx \boxed{0,0079}$. Bijeli patuljak je sićušan (oko 1/126 Sunčeva polumjera, veličine Zemlje) — vruć, ali maleni, pa slabo svijetli.

Poglavlje 4 — Spektar zvijezda

1. Kontinuum dolazi iz vruće, guste unutrašnjosti (Kirchhoff 1); apsorpcijske linije nastaju kad ta svjetlost prođe kroz rjeđu, hladniju atmosferu zvijezde (Kirchhoff 3).
2. Niz: **O–B–A–F–G–K–M**. Razredi se razlikuju i po tome *koje su apsorpcijske linije jake* — a to ovisi o temperaturi.
3. U vrućoj B-zvijezdi uglavnom linije vodika (i ioniziranog helija); u hladnoj M-zvijezdi široke **molekularne vrpce** (npr. titanov oksid).
4. Najjače su u razredu **A** ($\sim 10\,000 \text{ K}$). U najtoplijim (O) zvijezdama vodik je gotovo potpuno ioniziran (nema elektrona koji bi stvarali linije).
5. Temperatura, kemijski sastav, luminozitet/veličina (razred sjaja), radijalna brzina (bilo koja četiri).
6. Razred **G** (kao Sunce) — žut kontinuum s mnoštvom uskih linija metala.
7. Pri istoj temperaturi razlike tipične za divove znače da je riječ o **divu** — većem i luminoznijem od druge zvijezde (koja je vjerojatno zvijezda glavnog niza).

Poglavlje 5 — Metode određivanja udaljenosti

1. Paralaksa je prividni pomak bliske zvijezde u odnosu na daleku pozadinu zbog gibanja Zemlje oko Sunca. Vrijedi $d[\text{pc}] = 1/p''$; primjenjiva do nekoliko tisuća pc.
2. $d = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,004} = \boxed{250 \text{ pc}}$.
3. Standardna svijeća je objekt kojem znamo *pravi* sjaj (apsolutnu veličinu M ili luminozitet L); usporedbom s prividnim sjajem dobivamo udaljenost.
4. $d = 10^{\frac{m-M+5}{5}} = 10^{\frac{14-4+5}{5}} = 10^3 = \boxed{1000 \text{ pc}}$.
5. Cefeide su pulsirajuće zvijezde; Leavitt je otkrila vezu *perioda i sjaja* (dulji period $\rightarrow$ veći luminozitet). Time se period pretvara u pravi sjaj, pa služe kao standardne svijeće za velike udaljenosti.
6. Jer sve supernove Ia dosegnu gotovo isti vrhunski sjaj (poznata apsolutna veličina) i vrlo su sjajne, pa vidljive na ogromnim udaljenostima.

$$7. v = H_0 d \Rightarrow d = \frac{v}{H_0} = \frac{14\,000}{70} = \boxed{200 \text{ Mpc}}.$$

8. Ljestvica udaljenosti je niz metoda od kojih svaka pokriva veće udaljenosti i baždari se prethodnom. Treba ih više jer nijedna metoda ne radi na svim mjerilima (paralaksa samo blizu, Hubble samo daleko itd.).

$$9. d = 10^{\frac{m-M+5}{5}} = 10^{\frac{24-(-4)+5}{5}} = 10^{\frac{33}{5}} = 10^{6,6} \approx 4,0 \cdot 10^6 \text{ pc} = \boxed{4 \text{ Mpc}}.$$

Poglavlje 6 — Dopplerov efekt

1. Dopplerov efekt je promjena valne duljine zbog gibanja izvora. **Crveni pomak** = udaljavanje (dulji val), **plavi pomak** = približavanje (kraći val).

2. Plavi pomak $\Rightarrow$ zvijezda se **približava**. Crveni pomak $\Rightarrow$ **udaljava**.

3. $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$: λ_0 valna duljina u mirovanju, $\Delta\lambda$ pomak, v radijalna brzina, c brzina svjetlosti.

4. $\Delta\lambda = 499,7 - 500,0 = -0,3 \text{ nm}$ (negativan $\Rightarrow$ plavi pomak $\Rightarrow$ **približava se**). $|v| = c \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0} = 3,0 \cdot 10^8 \cdot \frac{0,3}{500} \approx 1,8 \cdot 10^5 \text{ m/s} = \boxed{180 \text{ km/s}}.$

$$5. v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 3,0 \cdot 10^5 \cdot 0,05 = \boxed{15\,000 \text{ km/s}}.$$

6. Npr.: radijalne brzine zvijezda, otkrivanje dvojnih, otkrivanje egzoplaneta, širenje svemira, rotacija (bilo koja tri).

7. Zaključio je da se **svemir širi** (sve se galaksije udaljavaju, to brže što su dalje). To je jedan od glavnih dokaza Velikog praska.

8. (a) $\Delta\lambda = 669,4 - 656,3 = 13,1 \text{ nm}$; $v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 3,0 \cdot 10^5 \cdot \frac{13,1}{656,3} \approx \boxed{5990 \text{ km/s}}$. (b) $d = \frac{v}{H_0} = \frac{5990}{70} \approx \boxed{86 \text{ Mpc}}.$

Poglavlje 7 — Dvojne zvijezde

1. Dvojna zvijezda su dvije gravitacijski vezane zvijezde koje kruže oko zajedničkog **težišta**. Važne su jer omogućuju mjerenje masa zvijezda (preko Keplerovih zakona).

2. Brže se giba i veću stazu ima **lakša** zvijezda. Omjer staza obrnut je omjeru masa: $\frac{a_A}{a_B} = \frac{m_B}{m_A}.$

3. $m_A + m_B = \frac{a^3}{T^2}$ (a u AU, T u godinama). Daje **ukupnu masu** sustava u masama Sunca.

$$4. m_A + m_B = \frac{a^3}{T^2} = \frac{10^3}{10^2} = \frac{1000}{100} = \boxed{10 M_\odot}.$$

5. Po periodičnom **cijepanju spektralnih linija** (Doppler): dok zvijezde kruže, linije se razdvajaju (jedna plavi, druga crveni pomak) i ponovno spajaju.

6. Najviše su razdvojene kad se zvijezde gibaju *duž* smjera gledanja (jedna prema nama, druga od nas); spojene su kad se gibaju *poprijeko*.

7. Pomrčinska dvojna je sustav čiju stazu vidimo s ruba, pa se zvijezde naizmjenice zaklanjaju. Krivulja sjaja prikazuje periodične padove sjaja (minimume) tijekom pomrčina.

8. Jer su minimumi različite dubine: dublji (glavni) nastaje kad je zaklonjena *vruća* zvijezda, plići (sporedni) kad je zaklonjena *hladnija*.

9. (a) $m_1 + m_2 = \frac{a^3}{T^2} = \frac{10^3}{5^2} = \frac{1000}{25} = 40 M_\odot$. (b) Omjer staza 1 : 4 znači obrnut omjer masa 4 : 1, pa je $m_1 = \frac{4}{5} \cdot 40 = \boxed{32 M_\odot}$ i $m_2 = \frac{1}{5} \cdot 40 = \boxed{8 M_\odot}$.

Poglavlje 8 — Sunce

1. Od središta: jezgra, zona zračenja, zona konvekcije, fotosfera, kromosfera, korona. Fuzija se odvija u **jezgri**.
2. U **zoni zračenja** energija putuje zračenjem (fotonima, vrlo sporo); u **zoni konvekcije** gibanjem (vrenjem) vruće plazme.
3. Fotosfera je vidljiva „površina” Sunca, odakle dolazi svjetlost koju vidimo; temperatura ≈ 5800 K.
4. Pjege su hladnija (oko 4000 K), magnetski vrlo aktivna područja fotosfere. Tamne su *samo u usporedbi* s vrelijom okolinom; hladnije su jer jako magnetsko polje koči konvekciju. Ciklus traje ≈ 11 godina.
5. **Prominencija** — oblak plazme iznad ruba Sunca duž magnetskih silnica; **bljesak** — naglo oslobađanje energije; **korona** — vrlo rijetka, vrlo vruća vanjska atmosfera.
6. Sunčev vjetar je struja nabijenih čestica koja stalno otječe iz **korone**.
7. Magnetosfera je područje kojim Zemljino magnetsko polje skreće većinu čestica sunčeva vjetra, štiteći planet. Polarna svjetlost nastaje kad dio čestica uđe u atmosferu blizu polova i pobudi njezine plinove.
8. Svemirsko vrijeme su uvjeti u međuplanetarnom prostoru pod utjecajem Sunca. Snažne oluje mogu izazvati polarne svjetlosti, ali i smetnje u radiovezi, satelitima i električnim mrežama.
9. Iako je korona vrlo vruća (čestice se gibaju vrlo brzo), tako je rijetka da sadrži vrlo *malo* ukupne topline. Temperatura mjeri brzinu čestica, a ne količinu energije; rijetka korona predala bi nam zanemarivo malo topline.